Déduction naturelle

OPTION INFORMATIQUE - TP nº 4.4 - Olivier Reynet

À la fin de ce chapitre, je sais :

☞ lire un séquent
☞ décrire les règles d'introduction et d'élimination
☞ justifier les principaux raisonnements de la logique classique
☞ construire un arbre de preuve démontrant une formule simple

A Utilisation des règles d'inférence

Prouver les séquents suivants :

A1. $\vdash p \to p$
A2. $p, \neg p \vdash \bot$
A3. $p, q \vdash p \wedge q$
A4. $p \wedge q \vdash q \wedge p$
A5. $p \vee q \vdash q \vee p$
A6. $q \vdash p \to q$
A7. $p \wedge q \vdash p \to q$
A8. $p, q \wedge r \vdash p \wedge q$
A9. $p \wedge q, r \wedge s \vdash p \wedge s$
A10. $a \to \neg a \vdash \neg a$

B Preuves intermédiaires

Prouver les séquents suivants :

B1. $p \to q \vdash \neg q \to \neg p$
B2. $\neg a \vee b \vdash a \to b$
B3. $a \to b \vdash \neg a \vee b$
B4. $a \to (b \to c) \vdash (a \wedge b) \to c$
B5. $(a \wedge b) \to c \vdash a \to (b \to c)$
B6. $a \to (b \to c), b \to a \vdash b \to c$
B7. $p \to (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p$
B8. $p \to (q \to r), p, \neg r \vdash \neg q$

C Preuves plus complexes

Prouver les séquents suivants :

C1. $q \to r, \neg q \to \neg p \vdash p \to r$

C2. $(p \wedge q) \to r \vdash (p \to r) \vee (q \to r)$

C3. $\neg(a \vee b) \vdash \neg a \wedge \neg b$ (Loi de De Morgan)